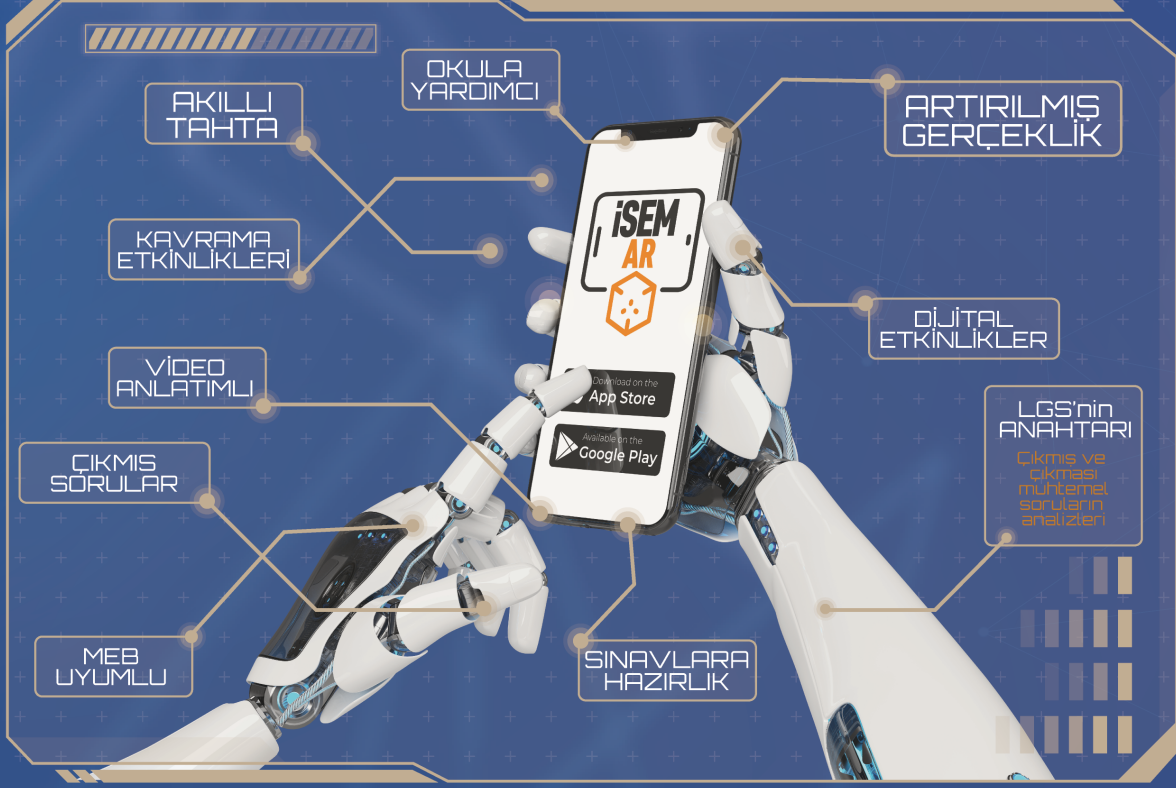


8. SINIF



AKILLI İSEM

MATEMATİK

DEFTERİ

ÜNİTE

Çarpanlar ve Katlar Üslü İfadeler

1



M.8.1.1. ÇARPANLAR VE KATLAR

- M.8.1.1.1. Verilen pozitif tam sayıların pozitif tam sayı çarpanlarını bulur, pozitif tam sayıların pozitif tam sayı çarpanlarını üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazar. Bir pozitif tam sayının asal çarpanlarını bulmaya yönelik çalışmalara da yer verilir.
- M.8.1.1.2. İki doğal sayının en büyük ortak bölenini (EBOB) ve en küçük ortak katını (EKOK) hesaplar, ilgili problemleri çözer. Alan ve hacim hesaplamayı gerektiren problemlere girilmez.
- M.8.1.1.3. Verilen iki doğal sayının aralarında asal olup olmadığını belirler.

M.8.1.2. ÜSLÜ İFADELER

- M.8.1.2.1. Tam sayıların, tam sayı kuvvetlerini hesaplar.
- M.8.1.2.2. Üslü ifadelerle ilgili temel kuralları anlar, birbirine denk ifadeler oluşturur.
- M.8.1.2.3. Sayıların ondalık gösterimlerini 10'un kuvvetlerini kullanarak çözümler.
- M.8.1.2.4. Verilen bir sayıyı 10'un farklı tam sayı kuvvetlerini kullanarak ifade eder.
- M.8.1.2.5. Çok büyük ve çok küçük sayıları bilimsel gösterimle ifade eder ve karşılaştırır. $|a|$, 1 veya 1'den büyük, 10'dan küçük bir gerçek sayı ve n bir tam sayı olmak üzere $a \times 10^n$ gösterimi "bilimsel gösterim"dir. a 'nın pozitif olduğu durumlarla sınırlı kalınır.

Bilgi

Pozitif Tam Sayıların Pozitif Tam Sayı Çarpanları

Bir pozitif tam sayıyı kalansız olarak bölebilen pozitif tam sayılar, bu sayının pozitif tam sayı bölenleridir.

Uyarı

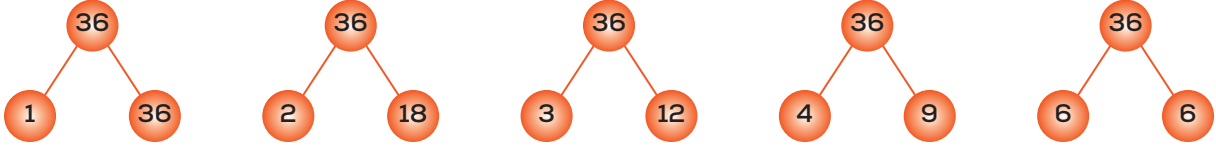
Bir pozitif tam sayının bölenlerini yazarken 1'den başlayarak artan sırada yazmamız tüm bölenleri eksiksiz olarak yazabilmemizi sağlar.



Örnek

36 sayısının pozitif tam sayı bölenlerini bulalım.

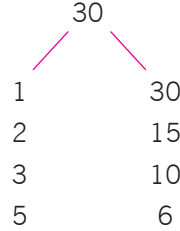
ÇÖZÜM : 36 sayısını 1'den başlayarak çarpım şeklinde yazalım.



O hâlde 36 sayısının pozitif bölenleri sırasıyla 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 ve 36'dır.

Örnek

30 sayısının pozitif çarpanlarını bulalım.



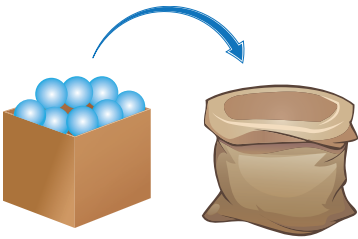
O hâlde 30 sayısının pozitif çarpanları sırasıyla:

1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 ve 30'dur.

Not

Bir pozitif tam sayının bölenleri aynı zamanda bu sayının çarpanlarıdır.

Örnek



İçerisinde 24 top bulunan kutudaki toplardan a tanesi boş olan torbaya atılacaktır. Torbadaki top sayısı kutudaki top sayısının bir çarpanı olduğuna göre a'nın alabileceği değerleri bulalım.

ÇÖZÜM : Torbaya atılacak olan top sayısı, 24'ün bir çarpanıdır.

$24 = 1 \cdot 24 = 2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$ olduğundan a'nın değeri sırasıyla: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 ve 24 olabilir.

Sıra Sende [1]

Aşağıda verilen sayıların pozitif tam sayı çarpanlarını bulunuz.

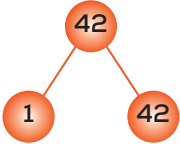
42	65	84	60	56
----	----	----	----	----

Bir pozitif tam sayının en büyük pozitif çarpanı kendisi, en küçük pozitif çarpanı 1'dir.

Örnek

42 sayısının en büyük ve en küçük pozitif tam sayı çarpanlarını bulalım.

ÇÖZÜM :

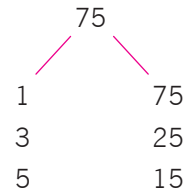


42 sayısının en büyük pozitif çarpanı 42, en küçük pozitif çarpanı 1'dir.

Örnek

75 sayısının kendisi hariç en büyük pozitif bölenini bulalım.

ÇÖZÜM :



75 sayısının kendisi hariç en büyük pozitif böleni 25'tir.

Örnek

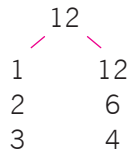
A sayısının pozitif çarpanları artan sırada kartların üzerine yazılıyor.



Boş olan kartlara yazılması gereken sayıları bulalım.

ÇÖZÜM :

A sayısının bir çarpanı 12 olduğundan 12'nin pozitif çarpanlarını bulalım.



O hâlde 2, 3 ve 4. karta yazılması gereken sayılar 2, 3 ve 4'tür. En son kart A sayısının kendisidir. A sayısı 1, 2, 3, 4, 6 ve 12'ye bölünebilen 12'dir.



Sira Sende [2]



İçerisindeki bilye sayıları üzerinde yazılı olan keseler verilmiştir. Her keseden içerisindeki bilye sayısının kendisi hariç en büyük çarpanı kadar bilye alınıyor. Son durumda keselerde kalan bilye sayılarını bulunuz.

1. Aşağıda verilen sayıların pozitif çarpanlarını bulunuz.

[3]

a)

144

b)

216

c)

68

ç)

150

d)

200

e)

110

2. Aşağıda verilen sayıların kendisi hariç en büyük pozitif çarpanlarını bulunuz.

[4]

a)

64

b)

49

c)

108

ç)

78

d)

60

e)

99

3. Çarpanlarından bazıları artan sırada verilen sayılar için verilmeyen çarpanları bulunuz.

[5]

a)

1

3

11

b)

2

16

c)

2

5

20

ç)

11

4. Aşağıda verilen sayıların pozitif çarpanlarının toplamını bulunuz.

[6]

a)

15

b)

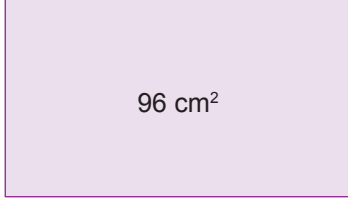
28

c)

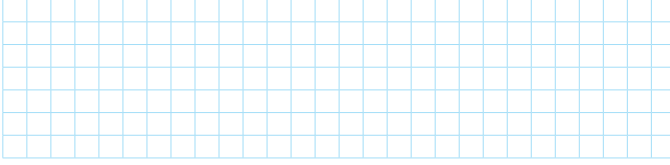
30

1. Aşağıda alanı verilen dikdörtgenin kenar uzunlukları santimetre türünden tam sayıdır.

[7]



Dikdörtgenin çevre uzunluğunun alabileceği değerleri bulunuz.

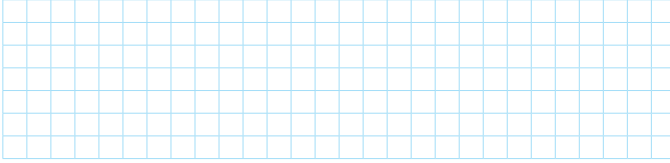


2. a ve b pozitif tam sayıdır.

[8]

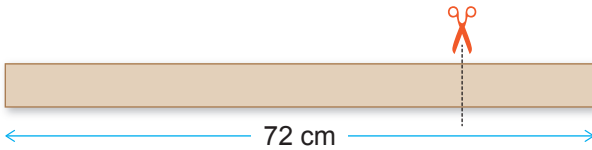
$$a \cdot b = 90$$

Buna göre, $a + b$ toplamının en küçük değerini bulunuz.

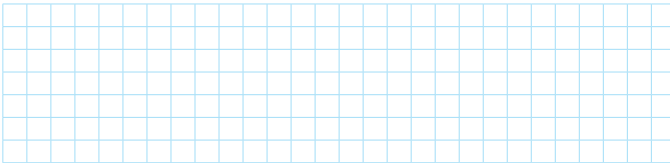


3. 72 cm uzunluğundaki aşağıdaki kartonun bir ucundan x cm'lik parça kesiliyor.

[9]



Kesilen parça kartonun uzunluğunun bir çarpanı olduğuna göre alabileceği değerleri bulunuz.



4.

[10]



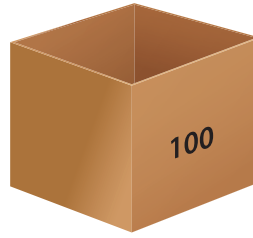
Numarası 80 olan kapıyı açacak anahtarın numarası, kapı numarasının bir çarpanıdır.

Anahtarın numarasının alabileceği değerlerin toplamını bulunuz.

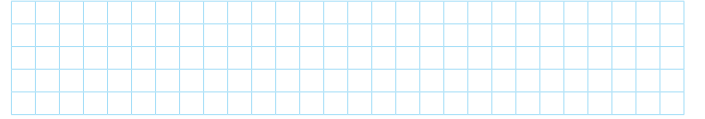


5. Numarası 100 olan aşağıdaki kutunun içerisine fanustaki toplardan kutu numarasının bir böleni olanlar atılacaktır.

[11]

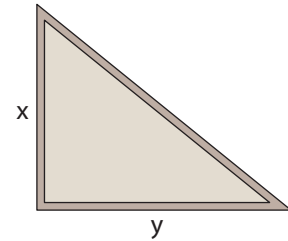


Buna göre, kutuya atılabilecek top sayısının en çok kaç olduğunu bulunuz.



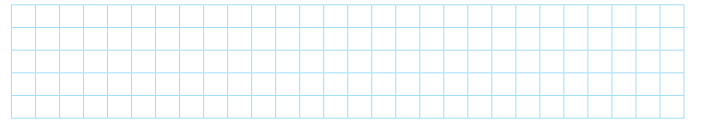
6. Dik üçgenin alanı dik kenarları çarpımının yarısıdır.

[12]



Dik üçgen şeklindeki levhanın alanı 64 br^2 dir.

Buna göre, x ve y tam sayılarının farkının alabileceği pozitif değerleri bulunuz.

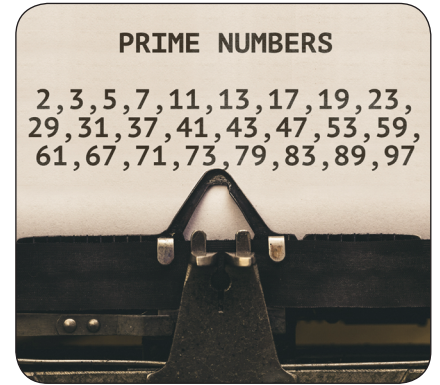


Bir pozitif tam sayının pozitif tam sayı çarpanlarından asal sayı olanlara “asal çarpan” denir.

1 ve kendisinden başka pozitif tam sayıya bölünmeyen 1'den büyük doğal sayılara “asal sayı” denir.



2, 3, 5, 7, 11, 13 17, 19, 23, 29, 31,
37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71,
73, 79, 83, 89, 97, ...



En küçük asal sayı 2'dir. Aynı zamanda 2'den başka çift asal sayı yoktur.

Bir tam sayının asal çarpanları çarpan algoritması ile bulunabilir.

18 sayısının asal çarpanlarını bulalım.

18	2	
9	3	$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$
3	3	$= 2 \cdot 3^2$
1		

O hâlde 18 sayısının asal çarpanları 2 ve 3'tür.

52 ile numaralanmış kutunun içerisindeki top sayısı kutu numarasının en büyük asal çarpanı kadardır.



Buna göre kutudaki top sayısını bulalım.

52	2	
26	2	$52 = 2 \cdot 2 \cdot 13$
13	13	$= 2^2 \cdot 13$
1		

O hâlde kutunun içerisindeki top sayısı 13'tür.

Aşağıda verilen sayıların farklı asal çarpanlarının toplamını bulunuz.

A horizontal number line is drawn on a grid. The line starts at the left edge and ends at the right edge. There are four labels above the line, each in a small box: 12, 20, 35, and 48. The grid consists of 10 columns and 10 rows of squares. The labels are positioned at the top of the first, third, sixth, and eighth columns respectively.

Bilgi

Bir pozitif tam sayının farklı çarpanlarının sayısını bulmak için sayı, asal çarpanlarının çarpımı şeklinde yazılır. Daha sonra kuvvetlerin her birinin birer fazlası alınarak çarpılır.

Örnek

100 sayısının pozitif çarpan sayısını bulalım.

ÇÖZÜM :

100		2	
50		2	
25		5	
5		5	
1			

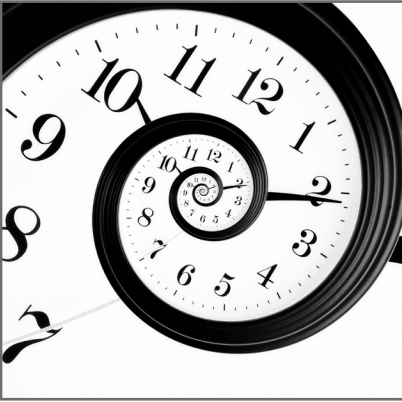
$$100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$$

$$= 2^2 \cdot 5^2$$

2'nin kuvvetinin 1 fazlası 3 ve 5'in kuvvetinin 1 fazlası 3 olduğundan pozitif çarpan sayısı $3 \cdot 3 = 9$ 'dur.

Not

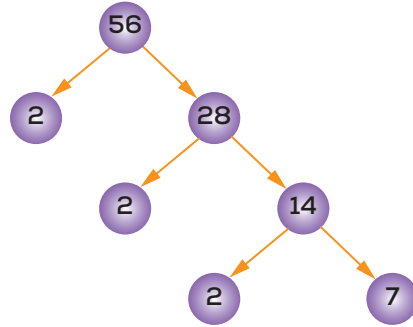
Bir tam sayının asal çarpanları, çarpan ağacı ile bulunabilir.



Örnek

56 sayısının asal çarpanlarını bulalım.

ÇÖZÜM :



O hâlde 56 sayısının asal çarpanları: 2 ve 7'dir.

Sıra Sende [18]

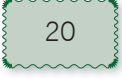
Aşağıda verilen sayıların asal çarpanlarını çarpan ağacı ile bulunuz.

 70	 120	 85	 81
--------	---------	--------	--------

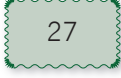
1. Aşağıda verilen sayıların asal çarpanlarını bulunuz.

[19]

a)



b)



c)



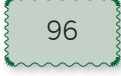
ç)



d)



e)



2. Aşağıda verilen sayıların farklı asal çarpanlarının toplamını bulunuz.

[20]

a)



b)



c)



ç)



3. Aşağıda verilen sayıların asal çarpanlarını çarpan algoritması ile bulunuz.

[21]

a)

105

b)

140

c)

256

ç)

210

4. Aşağıda verilen sayıların asal çarpanlarını çarpan ağacı ile bulunuz.

[22]

a)



b)



c)

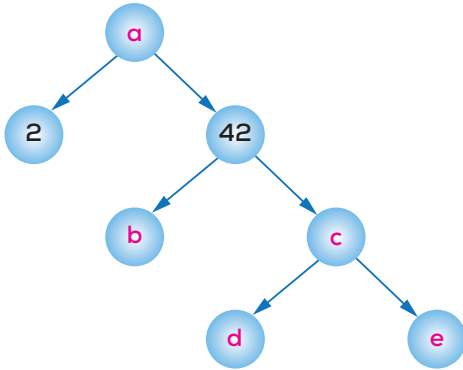


ç)





1. Çarpan algoritmasına göre $a - (b + c + d + e)$ ifadesinin değerini bulunuz.



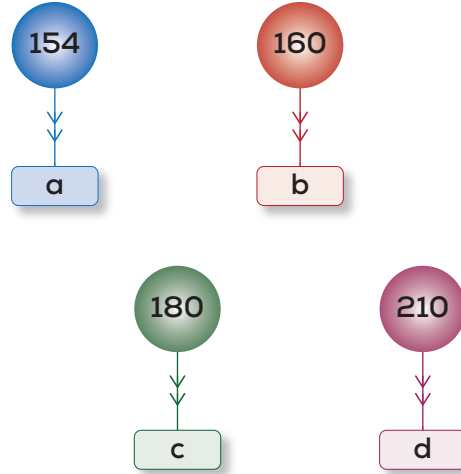
2. Numaralanmış torbaların içerisindeki pembe top sayısı torba numarasının farklı asal çarpan sayısı kaddır. [30]



Pembe top sayısı en çok olan torbanın numarasını bulunuz.

3. Topların numarasının farklı asal çarpanlarının toplamı sırasıyla a, b, c ve d'dir.

$a + b + c + d$ toplamını bulunuz.



4. ● Asal çarpan sayısı 2 olan en küçük iki basamaklı doğal sayı a'dır.

[32]

● 24'ün farklı asal çarpanlarının çarpımı b'dir.

Buna göre, $a \cdot b$ çarpımının asal olmayan çarpan sayısını bulunuz.

1.

4A iki basamaklı doğal sayıdır.

4A sayısının pozitif çarpanlarından biri 7'dir.

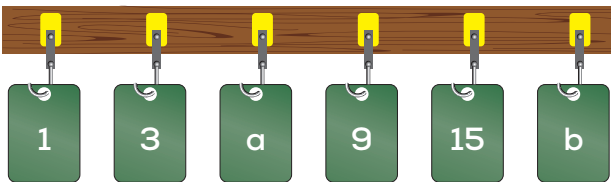
Buna göre, A'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 11 D) 12

2. Aşağıdaki sayılardan hangisinin kendisi hariç en büyük çarpanı olan sayı diğerlerinden küçüktür?

- A) 27 B) 21 C) 20 D) 16

3.



Bir tam sayının pozitif bölenleri kartlara yazılarak soldan sağa doğru artan sırada asılıyor.

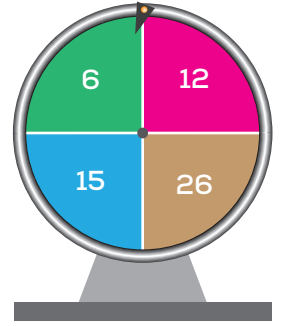
Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 100 B) 80 C) 60 D) 50

4.

Bölmelerinde sayıların yazılı olduğu çarkı 4 oyuncu çeviriyor.

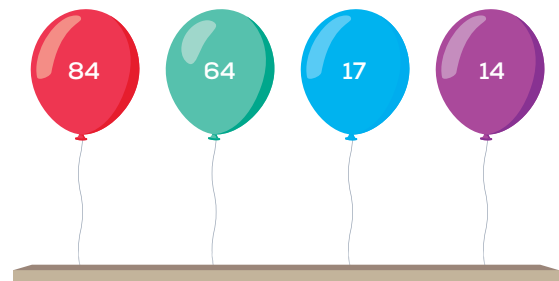
- Her oyuncunun denk getirdiği bölme farklıdır.
- Oyuncunun puanı denk gelen bölmedeki sayının çarpan sayısı kadardır.



Buna göre, diğerlerinden farklı puan alan oyuncunun puanı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 8

5.



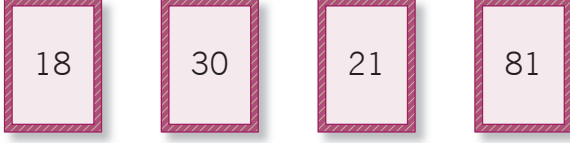
Numaralanmış balonlardan numarasının pozitif çarpan sayısı tek olan balon patlatılıyor.

Buna göre, patlatılan balonun numarası kaçtır?

- A) 84 B) 64 C) 17 D) 14

KAZANIM TESTİ

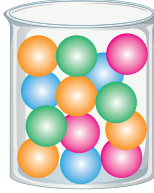
6.



Numaralanmış kartlardan hangisinin farklı asal çarpanlarının toplamı en küçüktür?

- A) B) C) D)

7. Kutunun içerisindeki topların üzerine 84 sayısının pozitif çarpanları yazılıyor.



Kutuda 13 top olduğuna göre kutuda numaralanmadan kalan top sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

8.

A	3
B	5
C	5
1	

A sayısının çarpan algoritmasında A, B ve C sayıları için $A + B + C$ toplamı kaçtır?

- A) 125 B) 110 C) 105 D) 100

9.

50 sayısının farklı asal çarpanlarının çarpımı A'dır.

Buna göre, A'nın pozitif çarpan sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

10.

8	12	9
49	14	19
25	15	16

Bölmelerinde doğal sayıların yazılı olduğu tabloda asal çarpan sayısı 1 olan bölmeler boyanıyor.

Buna göre, boyanmayan bölme sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

KAZANIM TESTİ

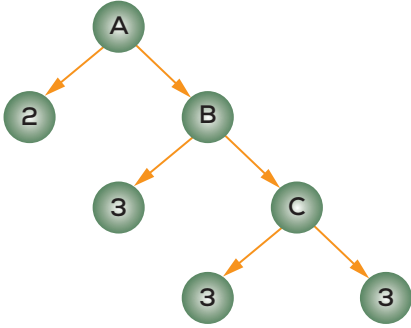
11. İçerisinde 231 kg pirinç bulunan çuvalın kütlesinin farklı asal çarpanlarının toplamı kadarı satılmıştır.



Buna göre, çuvalda kalan pirinç kaç kilogramdır?

- A) 210 B) 213 C) 217 D) 221

12.



Çarpan ağacına göre, $A - B - C$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 24 B) 20 C) 18 D) 14

13. A ve B doğal sayıları asal çarpanlarının çarpımı şeklinde artan sırayla yazılıyor.

$$A = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$B = a^2 \cdot 3$$

Buna göre, $15 \cdot a$ sayısının pozitif çarpan sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 16

14.

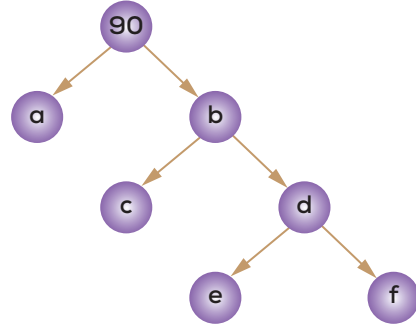
$$\begin{array}{r} 42 \\ = \quad A \\ \quad B \end{array}$$

A sayısı, 42'nin farklı asal çarpanlarının toplamına eşittir.

Buna göre, B'nin farklı asal çarpan sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

15.



Çarpan ağacında verilmeyen sayılar olan a, b, c, d, e ve f'den kaç tanesinin değeri farklıdır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3

16. 18 kalemın a adeti kırmızı kalemidir.

a, 18'in farklı asal çarpanlarının çarpımına eşit olduğuna göre kırmızı olmayan kalem sayısı kaçtır?



- A) 15 B) 12 C) 10 D) 8

1. Ön ve arka yüzü aynı renk olan kartlar şekilde verilmiştir.

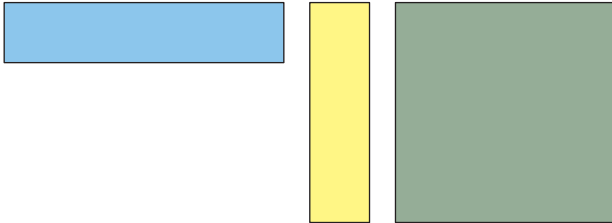


Kartların numaralarının pozitif bölen sayıları bulunarak kartların arka yüzlerine yazılıyor.

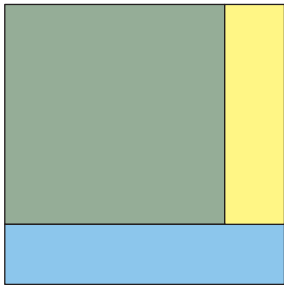
Buna göre, arka yüzünde yazan sayı farklı olan kart aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 18 B) 30 C) 24 D) 54

2. Kenar uzunlukları birim türünden tam sayı olan mavi, sarı ve yeşil kartonlar şekilde verilmiştir.



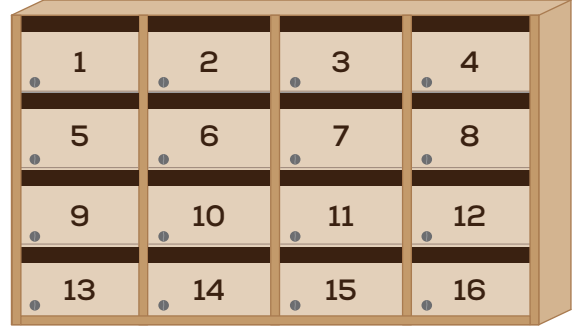
Kare şeklindeki yeşil, dikdörtgen şeklindeki mavi ve sarı kartonlar birleştirilerek bir kare karton elde ediliyor.



Mavi kartonun alanı 24 br^2 olduğuna göre, sarı kartonun alanının birimkare türünden değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 9 B) 16 C) 20 D) 24

3. 16 dairesel bir binanın posta kutuları şekilde verilmiştir.



Posta kutularının içerisindeki zarf sayısı numarasının farklı asal çarpan sayısı kadardır.

Buna göre, tüm posta kutularındaki toplam zarf sayısı kaçtır?

- A) 20 B) 19 C) 18 D) 15

4. 36, 42, 54 ve 81 ile renklerine göre numaralanmış onar adet top kutunun içerisine konuluyor.



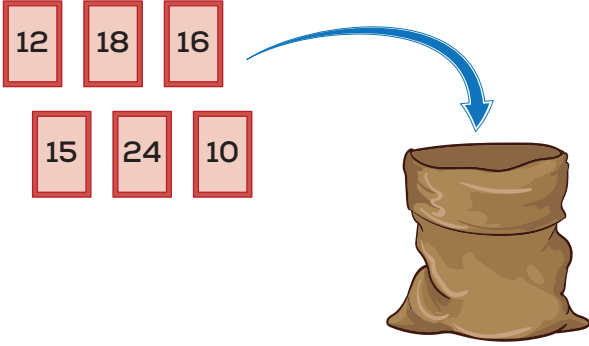
Toplar numarasının farklı pozitif çarpan sayısı adedince aynı renkli kutuya atılacaktır.

Buna göre, kutuda kalan top sayısı aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

- | | 36 | 42 | 54 | 81 |
|----|----|----|----|----|
| A) | 2 | 2 | 2 | 4 |
| B) | 1 | 2 | 2 | 5 |
| C) | 1 | 2 | 2 | 4 |
| D) | 2 | 1 | 2 | 5 |

BECERİ TEMELLİ TEST

5. Aşağıda bir kart oyununa ait görsel verilmiştir.



Torbanın içerisine 12, 18, 16, 10, 15 ve 24 numaralı kartlar atılıyor.

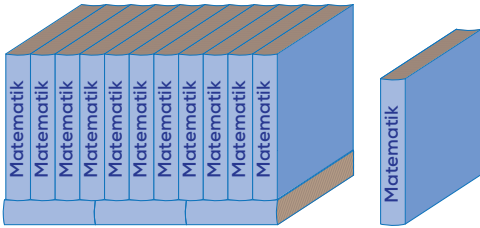
Kart çekme oyun kuralları şöyledir:

- Oyun 2 kişi arasında oynanır.
- 1. ve 2.oyuncu birer kart çeker ve kartın numarası kadar puan kendisine, kartın numarasının kendisi hariç pozitif çarpanlarının toplamı kadar puan ise diğer oyuncuya verilir.

Buna göre, oyuncular aşağıdaki kartlardan hangisini çektiğinde puanları farkı 1 olur?

	1. Oyuncu	2. Oyuncu
A)	10	18
B)	15	12
C)	24	18
D)	16	10

6.



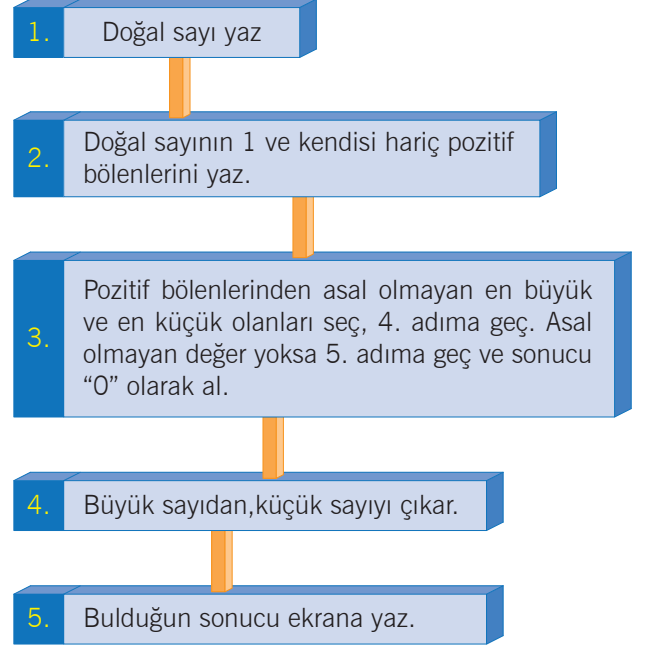
Özdeş kitaplar 11 tanesi dikey, 3 tanesi yatay olarak şekildeki gibi diziliyor.

Kitabın tüm ayrıtları santimetre türünden tam sayıdır.

Kitaplar dizildiğinde boşluk ya da taşma olmadığına göre kitabın matematik yazar dikdörtgen şeklindeki sırt kısmının çevresi kaç santimetre olabilir?

- A) 98 B) 104 C) 112 D) 144

7. Algoritma adımları şekilde verilmiştir.

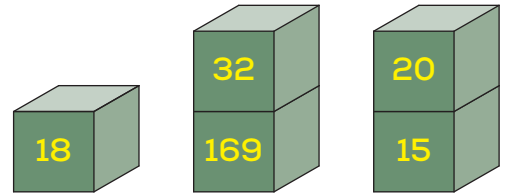


Örneğin, 1. adımda 20 sayısı yazılırsa 5. adımda 6 yazar.

Buna göre, aşağıdaki sayılardan hangisi 1. adımda yazıldığında 5. adımda en büyük değer bulunur?

- A) 24 B) 30 C) 35 D) 42

8.



Numaralanmış küpler üst üste şekildeki gibi diziliyor. Küp devirme oyununda oyuncu devirdiği küpün farklı asal çarpanlarının toplamı kadar puan alıyor.

En alt sıradan bir küp üsttekinden önce devrilirse üstteki küpten puan alınamıyor.

Her atışta sadece 1 küp deviren oyuncu 4 küp devirdiğinde en yüksek kaç puan alır?

- A) 33 B) 31 C) 30 D) 28

Bilgi

En Büyük Ortak Bölen (EBOB)

İki veya daha fazla pozitif tam sayının ortak bölenlerinden en büyüğüne bu sayıların “en büyük ortak böleni” denir. EBOB ile ifade edilir.

Uyarı

Sayıların EBOB’u bulunurken çarpan algoritması kullanılır. Her sayıyı bölen çarpanlar ★ ile işaretlenir ve işaretli sayıların çarpımı EBOB’u verir.

Örnek

20 ve 30 sayılarının EBOB’unu bulalım.

ÇÖZÜM :

20	30	2★	
10	15	2	
5	15	3	
5	5	5★	
1	1		

$$\text{EBOB}(20, 30) = 2 \cdot 5 = 10$$

Örnek

18 ve 24 sayılarının EBOB’unu bulalım.

ÇÖZÜM : 18’in pozitif bölenleri: 1, 2, 3, 6, 9, 18

24’ün pozitif bölenleri: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

18 ve 24’ün en büyük ortak böleni 6’dır.



Not

Sayıların tüm pozitif bölenlerini yazıp en büyük ortak böleni bulabiliriz.

Not

Biri diğerinin katı olan sayıların EBOB’u küçük sayıya eşittir.

Sıra Send e [33]

Aşağıda verilen sayıların EBOB’unu bulunuz.

a) 15 63	b) 24 18	c) 28 42	ç) 40 16
d) 18 48	e) 50 60	f) 144 60	g) 150 125

Bilgi

En Küçük Ortak Kat (EKOK)

İki veya daha fazla pozitif tam sayının ortak katlarının en küçüğüne bu sayıların “en küçük ortak katı” denir. EKOK ile ifade edilir.

Uyarı

Sayıların EKOK’u bulunurken çarpan algoritması kullanılır. Çarpan algoritmasındaki tüm çarpanların çarpımı EKOK’u verir.

Örnek

18 ve 24 sayılarının EKOK’unu bulalım.

ÇÖZÜM :

18	24	2
9	12	2
9	6	2
9	3	3
3	1	3
1		

$$\text{EKOK}(18, 24) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$= 72$$

Not

Sayıların katlarını yazıp en küçük ortak katı bulabiliriz.

Örnek

36 ve 30 sayılarının EKOK’unu bulalım.

ÇÖZÜM : 36’nın katları: 36, 72, 108, 144, **180**, 216

30’un katları: 30, 60, 90, 120, 150, **180**

36 ve 30’un en küçük ortak katı 180’dir.

Not

Biri diğerinin katı olan iki sayının EKOK’u büyük sayıya eşittir.

Sıra Sende [34]

Aşağıda verilen sayıların EKOK’unu bulunuz.

a) 15 20	b) 16 48	c) 24 36	ç) 84 24
d) 25 18	e) 30 45	f) 16 64	g) 120 24

1. Aşağıda verilen sayıların EBOB'unu bulunuz.

[35] a) 14 84

b) 28 70

c) 16 80

ç) 96 120

d) 150 210

e) 140 260

2. Aşağıda verilen sayıların EKOK'unu bulunuz.

[36] a) 24 36

b) 15 40

c) 42 70

ç) 144 36

d) 25 60

e) 48 72

3. Aşağıda verilen sayıların EBOB'unu zihinden bulunuz.

[37]

a) $EBOB(12, 60) =$

b) $EBOB(17, 51) =$

c) $EBOB(42, 126) =$

ç) $EBOB(16, 64) =$

4. Aşağıda verilen sayıların EKOK'unu zihinden bulunuz.

[38]

a) $EKOK(15, 90) =$

b) $EKOK(18, 72) =$

c) $EKOK(14, 42) =$

ç) $EKOK(23, 46) =$